Die Bestimmung der Dicke eines Materials mit Hilfe der Gamma Strahlen

Ziel des Experiments

Diese Laborarbeit nimmt sich vor, zu klären wie es möglich ist, die Dicke der Stoffe mit Gamma Strahlen, γ, zu bestimmen und die notwendigen Messbedingungen für eine vorgeschriebene Ungenauigkeit zu erreichen.

Die Theorie des Experiments

Ein Bündel γ Strahlen durchquert ein Material der Dicke x, indem er an Intensität verliert. Diese Dämpfung ist das Resultat der Aufnehmung und der Verbreitung der Photonen im Material.

Die Formel lautet:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \tag{1}$$

wobei I die Intensität der γ Strahlen (angegeben durch die Anzahl der Photonen, die durch die Fläche in der Zeiteinheit fließen), I_0 die Intensität ohne dem Material, μ der lineare Dämpfungskoeffizient des Materials ist.

Im Falle der γ Strahlen mit der Energie zwischen 10keV und 5MeV, erschaffen durch den Zerfall den bekannten Nukliden, verliert der Strahl an Intensität wegen dem Photoeffekt, dem Compton Effekt und durch die Entstehung von Elektron - Positron Paare. Diese drei Prozesse verlaufen unabhängig und ihr Effekt auf die Intensität des Strahles ist durch die Formel angegeben:

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_p \tag{2}$$

Weil die Verminderung der Intensität nicht vom Aggregatzustand abhängig ist, sondern nur von der Quantität des Materials, führt man folgende Formel ein:

$$I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}\cdot \rho x} = I_0 e^{-\mu_m d_m} \tag{3}$$

Wobei Sie $\mu_m = \dfrac{\mu}{\rho}$ schreiben, der massige Dämpfungskoeffizient ist angegeben in cm/g (oder in I.S. in m/kg), ist die Dichte des Dämpfungsmaterials und $d_m = \rho x$ ist der massige Weg angegeben in g/cm (oder kg/m).

Indem Sie (1) und (3) logarithmieren bekommen Sie:

$$\ln I = \ln I_0 - \mu x = \ln I_0 - \mu_m d_m \qquad (4)$$

von wo:

$$x = \frac{1}{\mu} \ln \frac{I}{I_0} \quad \text{oder} \quad x = \frac{d_m}{\rho} = \frac{1}{\rho \mu_m}\left(\ln I_0 - \ln I\right) \qquad (5)$$

Sie können damit die Dicke des Materials, das von den γ Strahlen durchquert wird, berechnen.

Anstatt der Intensität können Sie eine proportionale Größe nehmen. In diesem Fall handelt es sich um die Geschwindigkeit der Aufzählung des Strahlendetektors.

Durch die Dämpfung der γ Strahlen können wir die unbekannten Dicken der Materiale ausrechnen, ohne dass wir diese anfassen. Diese Methode kann in verschiedene Bereiche angewendet werden wie z.B. in der Industrie, wo ganz bestimmte Dicken gefragt werden.

Die Fragen, welche auftreten können und um die man sich kümmern muss, sind folgende:

- Die Feststellung der Dicke des Materials, für den die Sensibilität der Methode ihren Maximum erfährt;
- Die Feststellung des Fehlers beim Messen der Dicke x der Probe.

a) Die Feststellung der Methode: die Sensibilität S wird definiert als die Substaraktion zwischen der Zahl der Impulse die das Material durchqueren durch die Dicke des Materials:

$$S = -\frac{dN}{dx} \qquad (6)$$

Wenn wir (1) berechtigen, folgt:

$$S = \mu N \qquad (7)$$

Für den höchsten Wert der Empfindlichkeit S (das Maximum der Sensibilität) gilt:

$$\frac{dS}{d\mu} = 0 \qquad (8)$$

Daraus folgt:

$$\frac{dS}{d\mu} = N_0 e^{-\mu x} - \mu x N_0 e^{-\mu x} = N_0 e^{-\mu x}\left(1 - \mu x\right) = 0$$

$$x = \frac{1}{\mu} \qquad (9)$$

Also, die Dicke des Materials, für welche die Empfindlichkeit ihr Höchstwert erreicht, ist gleich mit dem umgekehrten Wert des linearen Dämpfungskoeffizient.

b) Die Dicke wird von (5) angegeben. Der Fehler bei der Berechnung ist:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon\left(\frac{1}{\mu}\right) + \varepsilon\left(\ln\frac{N_0}{N}\right) \tag{10}$$

oder:

$$\varepsilon(x) = \frac{\left|\delta\left(\frac{1}{\mu}\right)\right|}{\frac{1}{\mu}} + \frac{\delta\left(\ln\frac{N_0}{N}\right)}{\ln\frac{N_0}{N}} = \frac{\delta\mu}{\mu^2}\cdot\mu + \frac{\delta\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\frac{N_0}{N}\ln\frac{N_0}{N}} =$$

$$= \varepsilon(\mu) + \frac{\varepsilon\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\ln\frac{N_0}{N}}$$

Wir nehmen an, dass $\varepsilon(\mu) \cong 0$, wo μ mit großer Genauigkeit bekannt ist, also

$$\varepsilon\left(\frac{N_0}{N}\right) = \varepsilon(N_0) + \varepsilon\left(\frac{1}{N}\right) = \varepsilon(N_0) + \varepsilon(N) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} + \frac{1}{\sqrt{N}}$$

und

$$\varepsilon(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{N_0}} + \frac{1}{\sqrt{N}}}{\ln\frac{N_0}{N}} = \frac{1}{\sqrt{N_0}}\cdot\frac{1+\sqrt{\frac{N_0}{N}}}{\ln\frac{N_0}{N}} \tag{11}$$

Vom praktischen Standpunkt gesehen sind die Energie der ausgesandten Photonen sowie das lineare Aufnehmungskoeffizient des Materials μ und die Dicke x konstant, aber N_0 variabel. Ist aber der Bruch $\frac{N_0}{N}$ konstant, dann ist das Produkt $\sqrt{N_0}\,\varepsilon(x)$ auch konstant, so dass wir durch die Vergrößerung der Messzeit den Fehler verringern können.

Indem wir N_0' vergrößern, können wir den neuen Fehler $\varepsilon'(x)$ berechnen. Wenn $\varepsilon'(x) < \varepsilon(x)$, wählen wir N_0, so dass $\sqrt{N_0}\,\varepsilon(x) = \sqrt{N_0'}\,\varepsilon'(x)$ und dann:

$$N_0 = N_0'\left(\frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right)^2 \tag{12}$$

Indem wir die verschiedenen Dicken berechnen, folgt:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \frac{1+e^{\frac{\mu x}{2}}}{\mu x} \tag{13}$$

Sei die Funktion:

$$y = \frac{1+e^{\xi}}{\xi}, \quad \xi \in (0,\infty) \tag{14}$$

Wen wir das Intervall [a, b] kennen, nehmen wir M = Max $\{y\ (a), y\ (b)\}$.
Dadurch erfahren wir den Fehler $\varepsilon(x)$:

$$\varepsilon(x) \geq \frac{M}{2\sqrt{N_0}} \tag{15}$$

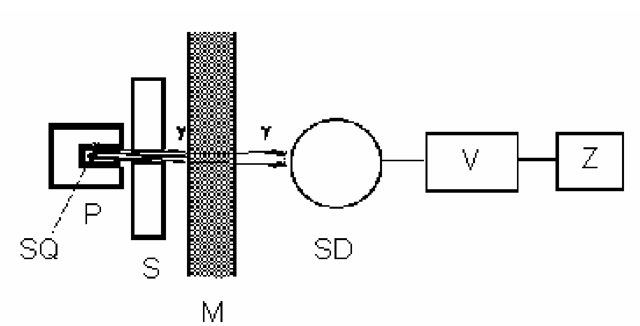
also

$$N_0 \geq \left[\frac{M}{2\varepsilon(x)}\right]^2 \tag{16}$$

Wenn wir den Graf der Funktion $y = y(\xi)$ zeichnen, stellen wir den Wert M fest und damit den Wert N_0 für einen vorgewählten Fehlerwert. Es ist klar, dass für kleine Fehlerwerte eine große Zahl N_0 notwendig ist, das heißt, dass für eine gewisse Zählgeschwindigkeit und einen gewissen Zähler die Messzeit sehr groß wird. Die obere Rechnung stellt die Größe des N_0 fest, so dass wir einen gewiesen Fehler der Messungen erhalten.

Die experimentelle Vorrichtung

Die verschiedenen Teile der Vorrichtung sind:



SQ- Strahlen-Quelle.

P- der Protektion – Schirm.

S- die Spalte.

M- das Material (für welches wir die Dicke messen werden)

SR- der Strahlendetektor.

V- der elektronische Verstärker.

Z- der Strahlenzähler.

Der zum Detektor ankommende γ Photonenfluss, also die Geschwindigkeit der Aufzählung, wird kleiner je dicker das absorbierende Material ist.

Dieser Photonenfluss muss mit dem ersten Fluss verglichen werden, also mit der Anfangsgeschwindigkeit, wenn sich im Apparat kein Material befindet. Diese Anfangsgeschwindigkeit wird mit der gemessenen Zeit multipliziert. Das Produkt ist die Zahl der Impulse N_0, die angegeben werden muss, um eine gewisse Genauigkeit für die Dicke des Materials zu erreichen.

Die Arbeitsweise und die Bearbeitung der Experimentaldaten

a) Im ersten Teil des Experiments muss man den linearen Dämpfungskoeffizient, der γ Strahlen im Material, mit eine entsprechenden Dicke, mit kleinen Abweichungen auszurechnen. Man hat die oben angegebene Montage wie auch verschiedene Platten, aus demselben Material, deren Dicke uns bekannt ist.

a1) Sie berechnen die Geschwindigkeit der Zählungsgeschwindigkeit n_f der Strahlen (die Quelle ist geschlossen) in der Zeit $t_f = 300$ s.

$$n_f = \frac{N_f}{t_f}, \tag{17}$$

wobei N_f die Anzahl der gezählten Impulse in der Zeit t_f ist;

a2) Sie berechnen die Geschwindigkeit der Aufzählung n_0 der Quelle ohne zwischengesetztes Material in der Zeit $t_0 = 200$ s,

$$n_0 = \frac{N_0}{t_0}, \tag{18}$$

wobei N_0 die Anzahl der gezählten Impulse in der Zeit t_0 ist;

a3) Sie berechnen die Geschwindigkeiten n_i für verschiedene angegebene Dicken, x_i, desselben Materials in der Zeit $t_0 = 200$ s (man braucht mindestens vier verschiedene Dickgrößen):

$$n_i = \frac{N_i}{t_0} \tag{19}$$

wobei N_i die Anzahl der Impulse in der Zeit t_0 ist, für jede der verschiedenen Dicken x_i;

a4) Sie korrigieren mit der Totzeit:

$$n'_f = \frac{n_f}{1-n_f\tau}\ ;\ n'_0 = \frac{n_0}{1-n_0\tau};\ \ n'_i = \frac{n_i}{1-n_i\tau} \tag{20}$$

a5) Sie berechnen die netto Geschwindigkeiten der Aufzählung durch Korrigierung mit den Hintergrundstrahlen:

$$n''_0 = n'_0 - n'_f\ ;\ \ n''_i = n'_i - n'_f \tag{21}$$

a6) Sie zeichnen das Graph $f\left(x_i\right) = \ln\left(\frac{n''_0}{n''_i}\right)$, wobei sich eine lineare Funktion mit einer bestimmten Steigung ergibt. Die Steigung ist genau der lineare Dämpfungskoeffizient μ.

b) Im zweiten Teil werden Sie die Dicke eines Materials mit einer Ungenauigkeit von etwa 5%, $\varepsilon\left(x\right) < 0{,}05$ berechnen.

Wir müssen:

b1) Sie nehmen a und b die Dicke einer Platte, beziehungsweise die Dicke aller Platten.

b2) Sie berechnen die Werte:

$$\xi_a = \frac{\mu a}{2} \text{ und } \xi_b = \frac{\mu b}{2}$$

b2) Sie zeichnen den Graphen der Funktion (14) und man berechnet den M Wert.

b3) Sie geben den Mindestwert N_0 der Impulse an, um die vorgeschriebene Genauigkeit zu berechnen (16).

b4) Sie berechnen die Zeit t_d, um die Dicke, unter den angegebenen Umständen, aus dem Quotienten zwischen dem Mindestwert N_0 und der Geschwindigkeit der Aufzählung der Quelle ohne Material (18).

b5) Mit der oben berechneten Zeit, berechnen Sie für das letzte Mal mit Hilfe der Gleichung (5) die Dicke des Materials für eine Platte mit der Dicke $x \in \left(a,b\right)$.

Die Endlösung wird folgendermaßen geschrieben:

$$x = x_{\text{berechnet}} \pm \varepsilon \cdot x_{\text{berechnet}}$$